Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет   
«Московский институт электронной техники»

Кафедра высшей математики №1

Тюльников Михаил Сергеевич

Лабораторная работа № 4

по теме «Логистическая модель роста народонаселения мира»

Направленность (профиль) «Применение математических методов к решению инженерных и естественнонаучных задач»

Логистическая модель роста народонаселения мира

Студент Тюльников М.С.

Москва 2022

Объект исследования задачи

Рост народонаселения мира

Задача

Исследование изменения народонаселения мира

# Содержательная постановка задачи

Для описания S-образного роста может быть использовано множество различных уравнений, но наибольшую популярность получило самое простое из них — так называемое логистическое. В основе логистической модели лежит очень простое предположение, а именно линейное снижение скорости удельного роста по мере возрастания численности *N*, причем скорость эта становится равной нулю при достижении некоторой предельной для данной среды численности *К*. Следовательно, если *N* = *K*, то *ra* = *0*.

# Концептуальная постановка задачи

Логистическую модель роста народонаселения мира можно построить, если:  
1) существует «равновесная» численность популяции *Np(t)*, которую может обеспечить окружающая среда, т.е. производство продовольствия;  
2) скорость изменения численности популяции пропорциональна самой численности, умноженной на величину её отклонения от равновесного значения.

# Математическая постановка задачи

Член в уравнении(1) обеспечивает механизм «насыщения» численности – при *N(t)*<*Np(t)* (*N(t)*>*Np(t)*) скорость роста положительна(отрицательна) и стремится к нулю, если .

Представляя уравнение 1 в виде и интегрирую его, получаем   
Постоянная интегрирования определяется из условия , и , т.е. . В результате находим   
 ,  
или, в окончательном виде,  
 .

# Качественный анализ и проверка конкретности модели

[шт.] = [] = [шт.]

# Выбор и обоснование методов решения

Воспользуемся аналитическим методом решения задачи и навыком решения дифференциальных уравнений для моделирования роста народонаселения мира.

# Аналитический (численный) метод

N0=0.0001;

t=0:0.5:300;

alpha=0.1;

Np=10-0.01.\*t;

N=Np.\*N0.\*exp(alpha.\*t)./(Np(1)-N0.\*(1-exp(alpha.\*t)));

plot(t,N);

hold on; grid on;

plot(t,Np,'--')

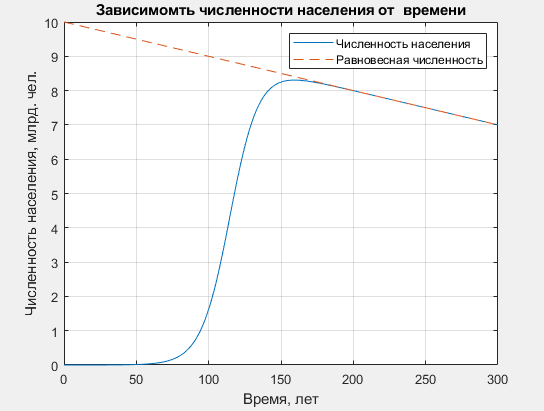


Рисунок 1. Зависимость численности населения от времени при условии, что равновесная численность населения Np(t) линейно изменяется во времени

N0=0.0001;

t=0:0.5:20;

alpha=exp(0.00002.\*t);

Np=10;

N=Np.\*N0.\*exp(alpha.\*t)./(Np(1)-N0.\*(1-exp(alpha.\*t)));

plot(t,N);

hold on; grid on;

plot(t,Np,'--')

axis([ 0 20 -0.1 11])

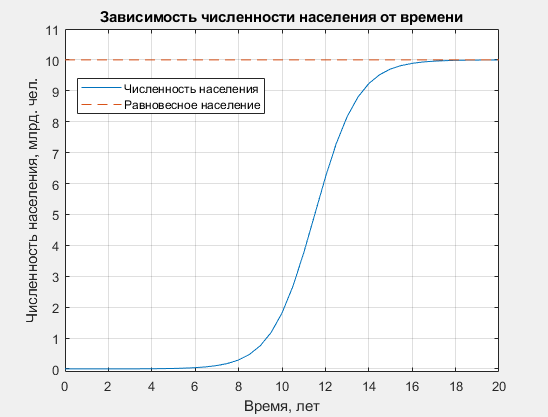


Рисунок 2. Зависимость численности населения от времени при условии, что коэффициент пророста населения α(t) экспоненциально изменяется во времени

# Проверка адекватности модели

Полученная модель согласуется с лабораторными опытами, проведенными при идеальных условиях.

# Практическое использование построенной модели

Модель в реальной жизни не подтверждается, потому что она не учитывает воздействие негативных факторов, таких как природные катаклизмы, войны и т.п.